Interne Unternehmensrechnung

Wahlpflichtkurs Bachelor
WS 2013/14

Prof. Dr. Barbara Schöndube-Pirchegger
Lehrstuhl für Unternehmensrechnung und Controlling

Allgemeine Informationen

- **Kontakt**
  - Büro: Vilfredo Pareto Gebäude (G 22), Raum E 209
  - Sprechstunde: Do. 11-12 Uhr oder nach Vereinbarung
  - email: barbara.schoendube@ww.uni-magdeburg.de
  - Tel.: 67 18728
- **Website:**

  http://www.bwl1.ovgu.de/

Allgemeine Informationen

- **Vorlesung:**
- Vermittlung der fachlichen Inhalte

  Do, 9:15-10:45

- **Übung:**
- Auseinandersetzung mit dem Vorlesungsstoff anhand von Aufgaben

  Mi. 13:15-14:45
  bei Herrn Janocha,
  1. Termin: 06.11.2013

Allgemeine Informationen

- **Lehrbuch:**
  - Ewert, R. / Wagenhofer, A., „Interne Unternehmensrechnung“, 7. Auflage, Springer 2008.
  - Spezielle Literatur wird gegebenenfalls in der LV bekannt gegeben
- **Lehrveranstaltungsunterlagen:**
  - Folien werden vor der Veranstaltung auf der Website bereitgestellt
  - Übungsblätter
- **Leistungsbeurteilung:**
  - Klausur am Ende des Semesters

Lernziele der Veranstaltung

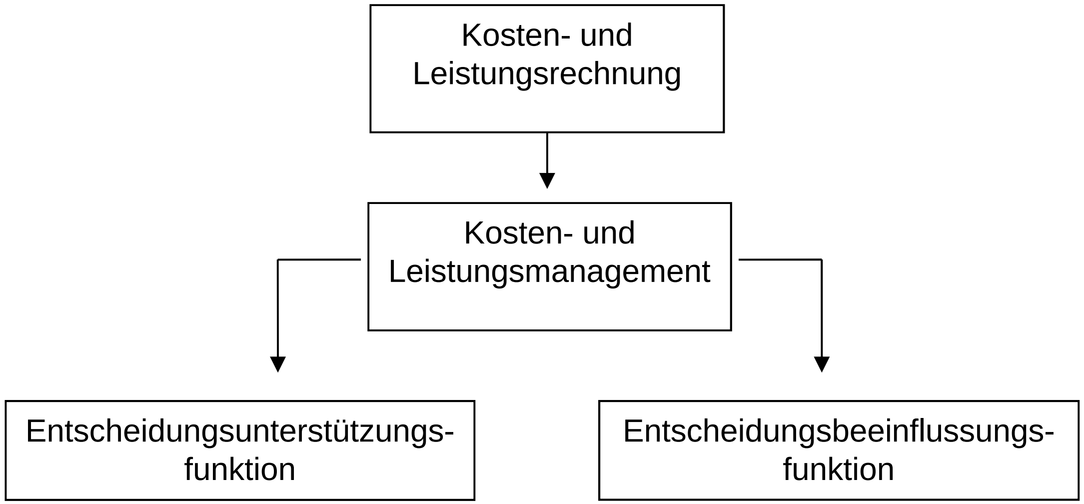
Zielsetzung:

- Studierende sollen verschiedene Instrumente der internen Unternehmensrechnung kennenlernen
- Sie sollen in der Lage sein, Stärken und Schwächen dieser Instrumente vor dem Hintergrund ihrer Einsatzbedingungen im Unternehmen kritisch zu hinterfragen

Dazu gehört:

- Die Untersuchung von Entscheidungsproblemen im Unternehmen
- Die Untersuchung von Steuerungsproblemen im Unternehmen
- Die Analyse der Frage, welchen Beitrag die interne Unternehmensrechnung und ihre Instrumente zur Lösung dieser Probleme leisten können

Einordnung in den Studienverlauf



- *VL Aktivitätsanalyse und Kostenbewertung:*
  - Kosten*rechnung*: Kostenarten-, Kostenstellen-, Kostenträgerrechnung
- *VL Interne Unternehmensrechnung*:
  - Fragen der Kosten*rechnung* werden weitgehend ausgeblendet
  - Kosten*management:* Wie können Kosten beeinflusst werden?

Veranstaltungsgliederung

- Teil 1: Entscheidungsrechnungen
  - Entscheidungsunterstützungsfunktion steht im Vordergrund
    - Produktionsprogrammentscheidungen
    - Preisentscheidungen
    - Entscheidungen unter Unsicherheit

- Teil 2: Koordinationsrechnungen
  - Entscheidungsbeeinflussungsfunktion steht im Vordergrund, Koordinations- und Anreizprobleme werden berücksichtigt
    - Budgetierung
    - Performancemessung
    - Verrechnungspreise

Teil 1:

Entscheidungsrechnungen

Einführung

- Wie müsste man ganz grundsätzlich bei der Lösung von Entscheidungsproblemen vorgehen?
- Inwieweit folgen Instrumente des Kosten- und Leistungsmanagement solchen Vorgaben?

- Eine Antwort auf die erste Frage liefert das **Grundmodell der Entscheidungstheorie:**
  - Jedes Entscheidungsproblem ist mithilfe dieses Grundmodells darstellbar
  - Jedes Entscheidungsproblem ist gekennzeichnet durch
    - **Entscheidungsfeld**
    - **Zielplan**

Grundmodell der Entscheidungstheorie

- Entscheidungsfeld
  - Aktionsraum $a \in A$
  - Menge der möglichen Umweltzustände $\theta \in \Theta$
  - Ergebnisfunktion $\omega(a, \theta)$

$$\underset{(m=1,\dots,M;\; n=1,\dots,N)}{\omega(\mathbf{a}_m,\theta_n)} = \begin{bmatrix} \omega_{11}(\mathbf{a}_m,\theta_n) & \omega_{12}(\mathbf{a}_m,\theta_n) & \cdots & \omega_{1T}(\mathbf{a}_m,\theta_n) \\ \omega_{21}(\mathbf{a}_m,\theta_n) & \omega_{22}(\mathbf{a}_m,\theta_n) & \cdots & \omega_{2T}(\mathbf{a}_m,\theta_n) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \omega_{J1}(\mathbf{a}_m,\theta_n) & \omega_{J2}(\mathbf{a}_m,\theta_n) & \cdots & \omega_{JT}(\mathbf{a}_m,\theta_n) \end{bmatrix}$$

- $\omega(a, \theta)$ ist im Zweifel als Matrix zu verstehen, die beliebig viele Ergebnisarten abbilden kann:

  z.B. Zahlungen, Gewinne, Prestige, Einfluss, Vermeidung von Umweltbelastungen, soziale Aspekte

Grundmodell der Entscheidungstheorie

- **Zielplan**
  - Präferenzsystem (Arten-, Höhen-, Zeit-, Ungewissheitspräferenz)
  - Definition der Ergebnisarten

Ergebnismatrix:

Zustände / Aktionen	θ_1	θ_2	$\cdots$	θ_N
a_1	$\omega(a_1,\theta_1)$	$\omega(a_1,\theta_2)$	$\cdots$	$\omega(a_1,\theta_N)$
a_2	$\omega(a_2,\theta_1)$	$\omega(a_2,\theta_2)$	$\cdots$	$\omega(a_2,\theta_N)$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\ddots$	$\vdots$
a_M	$\omega(a_M,\theta_1)$	$\omega(a_M,\theta_2)$	$\cdots$	$\omega(a_M,\theta_N)$

Entscheidungsrechnungen

- Verwendet werden (aufbereitete) Informationen der Kosten- und Leistungsrechnung:

Kosten: Bewertete, sachzielbezogene Güterverbräuche eines Unternehmens in einer Periode

Erlöse: Bewertete, sachzielbezogene Gütererstellungen eines Unternehmens in einer Periode

- Berücksichtigte Ergebnisarten sind Kosten und Leistungen bzw. Gewinn
- Fokussierung auf das Unternehmen, nicht den Entscheider (z.B. Investor)
- Einperiodige Betrachtungsweise

Notwendigkeit von Vereinfachungen

- Anwendung des Grundmodells läuft darauf hinaus, dass ein Totalmodell gelöst werden muss
- Dabei müssten individuelle Portefeuilleaktivitäten umfassend integriert werden - und zwar bei jeder Entscheidung
- Kosten und Nutzen stehen in keinem Verhältnis

Optimaler Komplexionsgrad eines Informationssystems

- **Kosten- und Leistungsrechnung kann als spezifischer Vorschlag zur Lösung des Komplexionsproblems interpretiert werden**

Produktionsprogrammplanung

Ausgangssituation:

- Kurzfristig wirksame Entscheidungssituation
- Gegebener Bestand an Potentialfaktoren
- Keine zeitlichen Interdependenzen im Erlös-, Kosten- und Restriktionsbereich
- Nur monetäre Zielgrößen
- Ausschluss von Lagerhaltung
- Sichere Erwartungen

Fragestellung:
Welche Produkte sollen in welchen Mengen mit welchen der vorhandenen Fertigungsverfahren hergestellt und abgesetzt werden?

Optimierungsproblem

$$\max_{x_j} G(x_1,\ldots,x_J) = D(x_1,\ldots,x_J) - K^F = \sum_{j=1}^{J} x_j \cdot d_j - K^F$$

u.d.B.

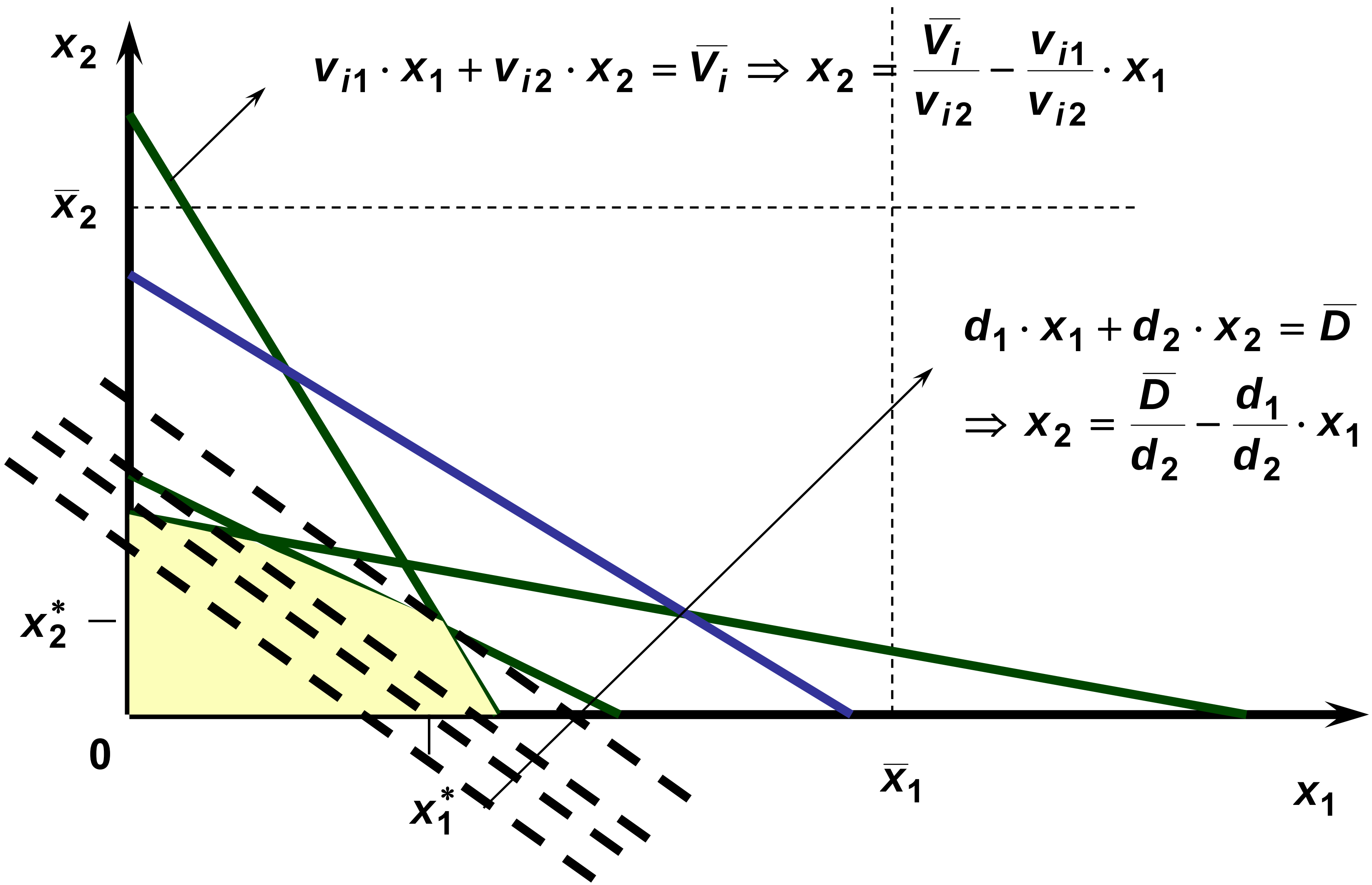
$$\sum_{j=1}^{J} v_{ij} \cdot x_j \leq \overline{V}_i \qquad i = 1,\ldots,I$$

$$0 \leq x_j \leq \overline{x}_j \qquad j = 1,\ldots,J$$

Eigenschaften des Optimierungsproblems

- Lineares Optimierungsproblem
- Fixkosten sind nicht entscheidungsrelevant
  – Berücksichtigung variabler Kosten insofern hinreichend
- Restriktionen
  – Können sich auf Beschaffung, Produktion, Absatz (etc.) beziehen
  – Gleichungen oder Ungleichungen
  – Differenzierung nach der Wirksamkeit relevant:
    - **Einproduktrestriktionen**
    - **Mehrproduktrestriktionen**

Grafische Darstellung
- Zwei Produkt-Fall -



Lösungsweg:
keine wirksame Mehrproduktrestriktion

- Identifizierung aller Produkte mit $d_j > 0$
  - Produkte mit negativem Deckungsbeitrag werden niemals in das Produktionsprogramm aufgenommen
- Die jeweiligen Mengen werden auf die zugehörigen Absatzobergrenzen gesetzt
  - Da die Möglichkeit einer Lagerhaltung ausgeschlossen wird, ist eine Überproduktion niemals sinnvoll
- Test: Falls keine der Mehrproduktrestriktion bindet, hat man das optimale Programm gefunden

Beispiel:

Produkt	$j = 1$	$j = 2$	$j = 3$
Preis p_j	200	480	1.100
variable Kosten k_j	160	400	1.170
Deckungsbeitrag d_j	40	80	-70
Obergrenze $\overline{x}_j$	300	200	600
Verbrauch v_{1j}	2	8	5
Verbrauch v_{2j}	9	4	1

$K^F = 4.000$

Aggregat	$i = 1$	$i = 2$
Kapazität $\overline{V}_i$	2.500	3.700

Lösungsweg:
Eine wirksame Mehrproduktrestriktion

Ausgangspolitik: Bei $d_j > 0$ ist $x_j^* = \bar{x}_j$, andernfalls ist $x_j^* = 0$

- Nun bindet genau eine Mehrproduktrestriktion i
- Die Reihung der Produkte (Produktionsreihenfolge) erfolgt nach der Höhe der spezifischen Deckungsbeiträge
- Das Produktionsprogramm wird nach dieser Reihung unter Berücksichtigung der Absatzobergrenzen bestimmt

Spezifischer Deckungsbeitrag:

$$\hat{d}_{ij} = \frac{d_j}{v_{ij}} \quad (j = 1, \ldots, J)$$

Beispiel (Fortsetzung):

Aggregat	$i = 1$	$i = 2$
Kapazität $\overline{V}_i$	1.000	3.700

$d_1 = 40, d_2 = 80$

$v_{11} = 2, v_{12} = 8$

$$\hat{d}_{ij} = \frac{d_j}{v_{ij}} \qquad j = 1,\ldots,J$$

$$\hat{d}_{11} = \frac{d_1}{v_{11}} = \frac{40}{2} = 20 \qquad \hat{d}_{12} = \frac{d_2}{v_{12}} = \frac{80}{8} = 10$$

$$x_1^* = 300; \quad x_2^* = \min\{200; (1.000 - 300 \cdot 2)/8\} =$$

$$= \min\{200; 50\} = 50; \quad x_3^* = 0$$

Deckungsbeitrag *D* = 16.000 und Gewinn *G* = 12.000.

Mehr als eine wirksame Mehrproduktrestriktion - Spezialfälle -

- Die Lösung durch Reihung nach den spezifischen Deckungsbeiträgen kann beibehalten werden, wenn
  - Die Rangfolge der Produkte gemäß spezifischer Deckungsbeiträge gleich ist für alle bindenden Restriktionen
  - es eine für alle Produkte gleichmäßig strengste Mehrproduktrestriktion gibt

Stückweise lineare Deckungsbeiträge - degressiv -

Produkt	j = 1a	j = 1b	j = 2
Preis p_j	200	170	480
variable Kosten k_j	160	160	400
Deckungsbeitrag d_j	40	10	80
Obergrenze $\overline{x}_j$	200	100	200
Verbrauch v_{1j}	2	2	8
Verbrauch v_{2j}	9	9	4

$$\overline{V}_1 = 1.000$$

$$\overline{V}_2 = 3.700$$

$$\hat{d}_{11a} = \frac{40}{2} = 20; \quad \hat{d}_{11b} = \frac{10}{2} = 5; \quad \hat{d}_{12} = \frac{80}{8} = 10$$

$$x_{1a}^* = 200; \quad x_{1b}^* = 0; \quad x_2^* = 75$$

➔ **Programm kann aus mehreren Produktarten bestehen, die nicht in ihren Höchstmengen gefertigt werden**

Stückweise lineare Deckungsbeiträge - progressiv (1) -

Produkt	j = 1a	j = 1b	j = 2
Preis p_j	200	200	480
variable Kosten k_j	190	160	400
Deckungsbeitrag d_j	10	40	80
Obergrenze $\overline{x}_j$	100	200	200
Verbrauch v_{1j}	2	2	8
Verbrauch v_{2j}	9	9	4

$$\overline{V}_1 = 1.000$$

$$\overline{V}_2 = 3.700$$

$$\hat{d}_{11a} = \frac{10}{2} = 5; \quad \hat{d}_{11b} = \frac{40}{2} = 20; \quad \hat{d}_{12} = \frac{80}{8} = 10$$

$$\hat{d}_{11}^{\phi} = \frac{\overline{x}_{1a} \cdot v_{11} \cdot \hat{d}_{11a} + \left(\overline{V}_1 - \overline{x}_{1a} \cdot v_{11}\right) \cdot \hat{d}_{11b}}{\overline{V}_1} = \hat{d}_{11b} - \left(\hat{d}_{11b} - \hat{d}_{11a}\right) \cdot \frac{\overline{x}_{1a} \cdot v_{11}}{\overline{V}_1} =$$

$$= 20 - 15 \cdot \frac{200}{\overline{V}_1} \qquad \left(\text{für } 200 \le \overline{V}_1 \le 600\right)$$

Stückweise lineare Deckungsbeiträge
- progressiv (2) -

- Je mehr Kapazität vorhanden, desto günstiger wird im Durchschnitt Produktart 1

- "Kritischer" Mittelvorrat

$$20 - \frac{3.000}{\overline{V}_1^\circ} = \hat{d}_{12} = 10 \quad \Rightarrow \quad V_1^\circ = \frac{3.000}{10} = 300$$

$$0 < \overline{V}_1 \leq 300: \text{ nur Produktart 2}$$

$$300 < \overline{V}_1 \leq 600: \text{ nur Produktart 1}$$

$$600 < \overline{V}_1 \quad : \text{Produktart 1 voll, Produktart 2 je nach Kapazitätshöhe}$$

Mehrere wirksame Mehrprodukt-restriktionen- Beispiel -

Produkt	$j = 1$	$j = 2$	$j = 3$
Preis p_j	**200**	**480**	**1.100**
variable Kosten k_j	**160**	**400**	**1.170**
Deckungsbeitrag d_j	**40**	**80**	**-70**
Obergrenze $\overline{x}_j$	**300**	**200**	**600**
Verbrauch v_{1j}	**2**	**8**	**5**
Verbrauch v_{2j}	**9**	**4**	**1**

Aggregat	$i = 1$	$i = 2$
Kapazität $\overline{V_i}$	**1.000**	**1.620**

Lösung mittels Simplex-Methode

- Erzeugung eines Gleichungssystems durch Einführung nichtnegativer Schlupfvariablen w

$$2 \cdot x_1 + 8 \cdot x_2 + 1 \cdot w_1 + 0 \cdot w_2 + 0 \cdot w_3 + 0 \cdot w_4 = 1.000$$

$$9 \cdot x_1 + 4 \cdot x_2 + 0 \cdot w_1 + 1 \cdot w_2 + 0 \cdot w_3 + 0 \cdot w_4 = 1.620$$

$$1 \cdot x_1 + 0 \cdot x_2 + 0 \cdot w_1 + 0 \cdot w_2 + 1 \cdot w_3 + 0 \cdot w_4 = 300$$

$$0 \cdot x_1 + 1 \cdot x_2 + 0 \cdot w_1 + 0 \cdot w_2 + 0 \cdot w_3 + 1 \cdot w_4 = 200$$

$$x_1, x_2 \geq 0; \quad w_1, w_2, w_3, w_4 \geq 0$$

Zielfunktion:

$$D = 40 \cdot x_1 + 80 \cdot x_2 + 0 \cdot w_1 + 0 \cdot w_2 + 0 \cdot w_3 + 0 \cdot w_4$$

Ausgangstableau

BV	x_1	x_2	w_1	w_2	w_3	w_4	D	RS
w_1	2	8	1	0	0	0	0	1.000
w_2	9	4	0	1	0	0	0	1.620
w_3	1	0	0	0	1	0	0	300
w_4	0	1	0	0	0	1	0	200
	-40	-80	0	0	0	0	1	0

$$1 \cdot D - 40 \cdot x_1 - 80 \cdot x_2 = 0$$

Tableau nach der 1. Iteration

BV	x_1	x_2	w_1	w_2	w_3	w_4	D	RS
x_2	1/4	1	1/8	0	0	0	0	125
w_2	8	0	-1/2	1	0	0	0	1.120
w_3	1	0	0	0	1	0	0	300
w_4	-1/4	0	-1/8	0	0	1	0	75
	-20	0	10	0	0	0	1	10.000

$$D = 10.000 + 20 \cdot x_1 - 10 \cdot w_1$$

$x_1 + 1 \quad x_2 = -0{,}25 \qquad w_2 = -9 + 4 \cdot 0{,}25 = -8$

$w_1 + 1 \quad x_2 = -0{,}125 \qquad w_2 = 0{,}125 \cdot 4 = 0{,}5$

(End-)Tableau nach der 2. Iteration

BV	x_1	x_2	w_1	w_2	w_3	w_4	D	RS
x_2	0	1	9/64	-1/32	0	0	0	90
x_1	1	0	-1/16	1/8	0	0	0	140
w_3	0	0	1/16	-1/8	1	0	0	160
w_4	0	0	-9/64	1/32	0	1	0	110
	0	0	8,75	2,5	0	0	1	12.800

$$D = 12.800 - 8{,}75 \cdot w_1 - 2{,}5 \cdot w_2$$

$$8{,}75 = \frac{9}{64} \cdot 80 - \frac{1}{16} \cdot 40 \qquad 2{,}5 = -\frac{1}{32} \cdot 80 + \frac{1}{8} \cdot 40$$

Endtableau - Sensitivitätsanalyse

$$x_1 = 140 + \frac{1}{16} \cdot w_1 - \frac{1}{8} \cdot w_2 \qquad x_2 = 90 - \frac{9}{64} \cdot w_1 + \frac{1}{32} \cdot w_2$$

$$w_3 = 160 - \frac{1}{16} \cdot w_1 + \frac{1}{8} \cdot w_2 \qquad w_4 = 110 + \frac{9}{64} \cdot w_1 - \frac{1}{32} \cdot w_2$$

$$w_1 + (w_2 = 0) \qquad w_1 \leq \min\left\{\frac{90 \cdot 64}{9}; \frac{160 \cdot 16}{1}\right\} = 640$$

$$w_2 + (w_1 = 0) \qquad w_2 \leq \min\left\{\frac{8 \cdot 140}{1}; \frac{32 \cdot 110}{1}\right\} = 1.120$$

$$w_1 - (w_2 = 0) \qquad w_1 \geq \max\left\{-\frac{140 \cdot 16}{1}; -\frac{110 \cdot 64}{9}\right\} = -782{,}\overline{2}$$

$$w_2 - (w_1 = 0) \qquad w_2 \geq \max\left\{-\frac{8 \cdot 160}{1}; -\frac{32 \cdot 90}{1}\right\} = -1.280$$

Opportunitätskosten

- Opportunitätskosten bilden die durch Wahl einer Alternative entgangenen Vorteile der besten verdrängten Alternative ab
  - Opportunitätskosten sind nicht zahlungswirksam
  - Durch die Berücksichtigung von Opportunitätskosten wird versucht, das Entscheidungsproblem zu vereinfachen
    - Entsprechend dem Grundmodell der Entscheidungstheorie müsste die Ergebnismatrix für alle vorhandenen Alternativen aufgestellt werden
    - Durch die die Verwendung von Opportunitätskosten wird versucht, dies zu vermeiden
    - Dilemma: um Opportunitätskosten exakt bestimmen zu können müssten die Ergebnisse sämtlicher Alternativen bekannt sein

Preisentscheidungen

Überblick:

- Konzept der relevanten Kosten für Preisentscheidungen
  - Preisuntergrenzen
    - Bei nichtlinearen Kostenverläufen, bei Engpässen, bei ungenutzter Kapazität, bei sequentieller Auftragsannahme
  - Preisobergrenzen
    - Produktinterdependenzen
- Ermittlung optimaler Preise
  - Im dynamischen Kontext, Lerneffekte, Verschleißeffekte
- Einfluss von Produktinterdependenzen auf Preisentscheidungen
  - Komplementarität, Substitutivität
  - Konkurrenzwirkungen

Preisgrenzen

- Preisgrenzen sind kritische Werte, für die das Unternehmen bei der Entscheidung zwischen den Aktionen indifferent ist
- **Preisuntergrenze**

  Niedrigster Preis für Endprodukt, zu dem dieses gerade noch oder mit einer bestimmten Menge angeboten wird
- **Preisobergrenze**

  Höchster Preis für einen Inputfaktor, zu dem dieser gerade noch oder mit einer bestimmten Menge bezogen oder verwendet wird

- **Zwecke**
  - Annahme oder Ablehnung eines Zusatzauftrages
  - Elimination eines Produktes aus dem Produktionsprogramm
  - Veränderung der Zusammensetzung des Produktionsprogrammes

Grundsätzliche Vorgehensweise

- Preisgrenzen sind Entscheidungswerte, die für jede einzelne spezifische Entscheidung ermittelt werden
- Für unterschiedliche Entscheidungen werden sie differieren

- Grundsätzlich gilt:
  - Gegenübergestellt werden der Deckungsbeitrag des Status Quo und der Deckungsbeitrag des veränderten Status Quo nach einer bestimmten Entscheidung
  - Der kritische Wert liefert identische Deckungsbeiträge in den Vergleichsfällen

Kurzfristige Preisuntergrenzen
Grundlagen

- Basis für die Preisuntergrenze:

Grenzkosten eines Produkts (bzw. Auftrags): $\hat{\boldsymbol{p}} = \boldsymbol{k}$

- Wie bestimmen sich die Grenzkosten?
  - Fall 1: Rohstoffe werden ansonsten für Produktion eingesetzt
    - Tagespreis
    - Lager kann ohne Transaktionskosten sofort ergänzt werden
  - Fall 2: Rohstoffe sind Restposten
    - Netto-Veräußerungswert
      (ggf. vermindert um Ersparnisse bei Lager- und/oder Entsorgungskosten)

Kurzfristige Preisuntergrenzen
Grundlagen

- PUG bei Auswirkungen auf das Basisgeschäft
  - entgehende Deckungsbeiträge relevant

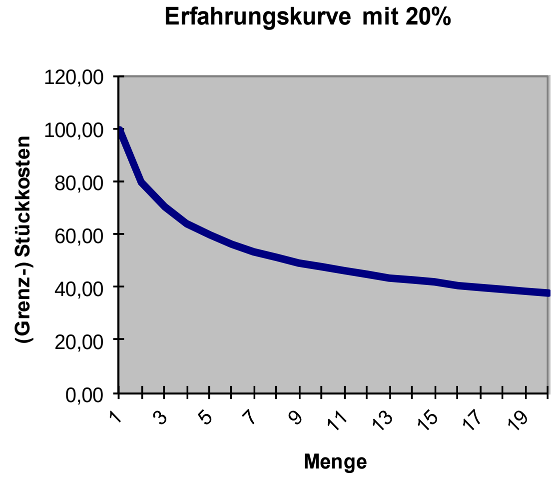
- Beispiel:
  - Kunde bestellt einmalig 100 Stück eines Produktes, das sich leicht von bisher bezogenem Produkt 1 unterscheidet
  - Variable Kosten des Spezialproduktes um 2 höher als diejenigen des Produktes 1
  - $k_1 = 42$; Listenpreis $p_1 = 60$
- Annahme 1: Kunde substituiert voll: PUG = (42 + 2) + (60 - 42) = 62

- Annahme 2: Kunde substituiert *jedenfalls* und bestellt bei einem Konkurrenten, falls Preis über 60 liegt:

  PUG = k = 44

Grenzkosten bei nichtlinearen Kostenverläufen

- Annahme bisher: lineare Kostenverläufe
  - Grenzkosten = variable Kosten
  - Grenzkosten konstant pro Stück
- Andere Kostenverläufe denkbar
  - Prominentes Beispiel: ***Erfahrungskurve***



Empirische Gesetzmäßigkeit:

Mit jeder Verdoppelung der kumulierten Produktionsmenge sinken die auf die Wertschöpfung bezogenen (Grenz)Stückkosten um einen bestimmten Prozentsatz

Beispiel : Kosten des ersten Stücks 100, Prozentsatz 20 %

Kosten 1.Stück	100
Kosten 2.Stück	80
Kosten 4.Stück	64
Kosten 8.Stück	51,2
Kosten 16.Stück	40,96

Erfahrungskurve
Formale Zusammenhänge

- Es gilt: $K'(X) = K'(1) \cdot (1-\alpha)^z$

  mit z = Anzahl der Verdopplungen, wobei gilt: $X = 2^z$
- Nutzerfreundlichere Formulierung erlaubt direktes Ablesen der Grenzkosten des letzten Stücks bei Kenntnis der Produktionsmenge x: $K'(X) = K'(1) \cdot X^{\kappa}$
- Formaler Zusammenhang:

$$\log\left((1-\alpha)^z\right) = z \cdot \log(1-\alpha) = \frac{\log X}{\log 2} \cdot \log(1-\alpha) = \log X \cdot \frac{\log(1-\alpha)}{\log 2} = \log X \cdot \kappa$$

Wegen $\log X \cdot \kappa = \log\left(X^{\kappa}\right)$ folgt:

$$(1-\alpha)^z = X^{\kappa} \qquad \left(\kappa = \log(1-\alpha)/\log 2\right)$$

Beispiel

- Bisherige Produktionsmenge 100
- $K'(1) = 300$
- $\alpha = 0{,}24214$
- Neuer Auftrag 20 Stück

$$\kappa = \frac{\log(1-0{,}24214)}{\log 2} = -0{,}4$$

Preisuntergrenze = durchschnittliche Stückkosten

$$\hat{p} = \frac{\sum_{x=101}^{120}\left(300 \cdot x^{-0{,}4}\right)}{20} = \frac{914{,}4}{20} = 45{,}72$$

Preisuntergrenzen und Engpässe

Produkt	$j = 1$	$j = 2$	$j = 0$
Preis p_j	200	480	$\hat{p}$
variable Kosten k_j	160	400	270
Deckungsbeitrag d_j	40	80	$\hat{p} - 270$
Obergrenze $\overline{x}_j$	300	200	-
Verbrauch v_{1j}	2	8	3
Verbrauch v_{2j}	9	4	5

$$K^F = 4.000$$

Aggregat	$i = 1$	$i = 2$
Kapazität $\overline{V}_i$	2.500	3.700

Preisuntergrenzen und Engpässe

Optimum Basisprogramm : $x_1^* = 300$ $x_2^* = 200$

$$V_1 = 2.200 < 2.500 \qquad V_2 = 3.500 < 3.700$$

Annahme: Zusatzauftrag beträgt 60 Stück

$$V_2 = 3.500 + 60 \cdot v_{20} = 3.800 > 3.700$$

Verdrängung von Produkten gemäß spezifischer Deckungsbeiträge

$$\hat{d}_{21} = \frac{40}{9} = 4{,}\overline{4} \qquad \hat{d}_{22} = \frac{80}{4} = 20$$

$$\hat{p} = \frac{k_0 \cdot x_0 + 100 \cdot \hat{d}_{21}}{x_0} = 270 + \frac{444{,}\overline{4}}{60} = 277{,}41$$

Preisuntergrenzen bei mehreren Engpässen

- Vorhandene Kapazitäten sind um die Beanspruchung durch den Zusatzauftrag zu verringern
- Neubestimmung des optimalen Produktionsprogramms
- Deckungsbeitragsdifferenz zum ursprünglichen Programm gibt die relevanten Opportunitätskosten an
- Opportunitätskosten der Verdrängung des ursprünglichen Programms können in gewissem Umfang verwendet werden

Preisuntergrenzen und ungenutzte Kapazitäten

- Folgenden Vorschlag findet man oft in der Literatur:

  Preisuntergrenze eines Auftrags=

  variable Kosten+ abbaufähige Fixkosten- Wiederanlauf- und Stilllegungskosten

- *Beispiel :*
  - Kapazität: 1.000 Stück pro Monat; Auftragsgröße: 5.000 Stück
  - Variable Kosten: 5 pro Stück
  - Fixkosten Gehälter: 20.000/Monat; 2-monatige Kündigung
  - Miete Produktionshalle: 30.000/Monat; ½-jährliche Kündigung
  - Wiederanlaufkosten: 4.000 (einmalig)
  - Stilllegungskosten: 1.000/Monat

Preisuntergrenzen und ungenutzte Kapazitäten

Lösung des Beispiels

Fertigungszeit: 5 Monate

Abbaufähige Fixkosten: Gehälter für 3 Monate = 60.000

Miete kann nicht abgebaut werden

Stilllegungskosten für 5 Monate: 5.000

Einmalige Wiederanlaufkosten: 4.000

Preisuntergrenze :

$$\hat{p} = 5 + \frac{60.000 - 5.000 - 4.000}{5.000} = 15{,}2$$

Problem :

- ➢ Zurechenbarkeit der Kosten auf den Auftrag
- ➢ Implizite Annahme: Aufträge “stören”, sie behindern das Schließen

Preisuntergrenzen bei sequentieller Auftragsannahme

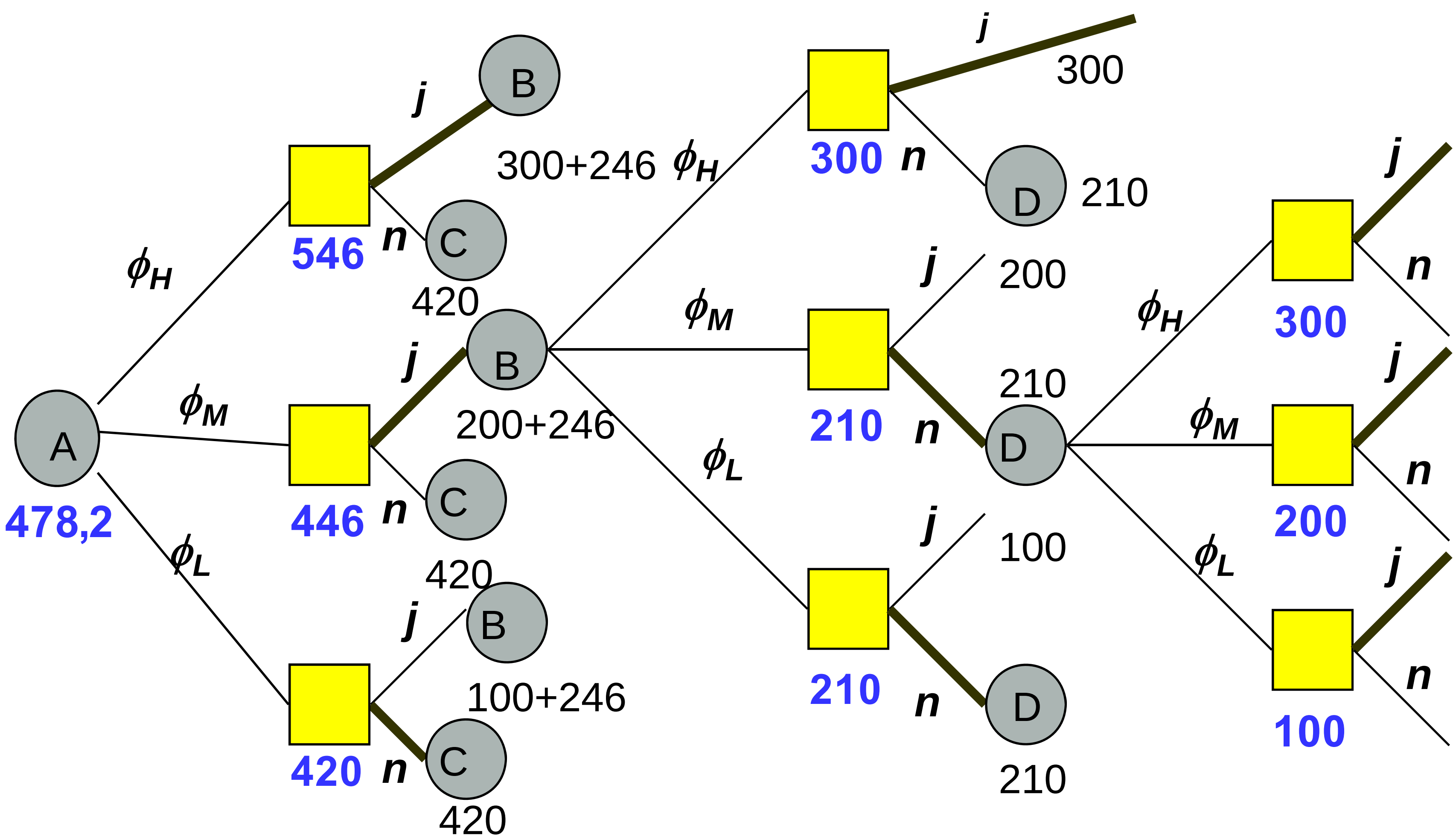
- Annahmen:
  - Gegebener Planungszeitraum
  - Gegebene Kapazität (Anzahl der Aufträge)
  - Nachfrage entspricht der Anzahl von Auftragsangeboten durch Kunden
  - Konditionen jedes Angebots sind risikobehaftet
  - Wahrscheinlichkeitsverteilung von Deckungsbeiträgen

- Opportunitätskosten der Auftragsannahme in Stufe 0 < *t* < T

$$E_t\left[\sum_{\tau=t+1}^{T}\tilde{d}_\tau^*\middle|n\right]-E_t\left[\sum_{\tau=t+1}^{T}\tilde{d}_\tau^*\middle|j\right]$$

$E_t\left[\sum_{\tau=t+1}^{T}\tilde{d}_\tau^*\middle|n\right]$ = in *t* erwarteter DB bei künftig optimaler Anpassung, falls der Auftrag in *t* nicht akzeptiert wird

Sequentielle Auftragsannahme
3 Zeitpunkte, Kapazität = 2



$d_L = 100, \phi_L = 0{,}3;\ d_M = 200, \phi_M = 0{,}3;\ d_H = 300, \phi_H = 0{,}4$

Preisuntergrenzen im sequentiellen Modell

Stufe 1

- Opportunitätskosten: 420 – 246 = 174

Preisuntergrenze: $\hat{p} = k + 174$

Stufe 2

- Opportunitätskosten Kapazität 1: 210 – 0 = 210

Preisuntergrenze Kap.1 : $\hat{p} = k + 210$

Opportunitätskosten Kapazität 2: 210 – 210 = 0

Preisuntergrenze Kap.2 : $\hat{p} = k$

Stufe 3

Preisuntergrenze: $\hat{p} = k$

Sequentielle Lösung
Eigenschaften

- Auftrag H wird stets angenommen
- Auftrag M wird anfangs akzeptiert, dann aber abgelehnt, falls auf zweiter Stufe nur noch eine Kapazitätseinheit vorhanden ist
- Auftrag L wird nur angenommen, falls garantiert keine Knappheit
- Lösung hat mit dem optimalen Ausnutzen von Optionen zu tun

- Knappheit ist letztlich stochastisch
- PUG liegt stets über den Grenzkosten, falls positive Wahrscheinlichkeit für Knappheit gegeben ist
- Kann als Begründung für Verwendung von Vollkosten als Approximation dienen

Preisobergrenzen

- Preisobergrenze ist der höchste Preis für einen Inputfaktor, zu dem dieser gerade noch oder mit einer bestimmten Menge bezogen oder verwendet wird

- Möglichkeiten für die Gewinnung von Preisobergrenzen
  - Direkte Substitution durch einen anderen Inputfaktor
  - Substitution des Inputfaktors durch eine Änderung des Produktionsverfahrens
  - Eigenfertigung des Inputfaktors anstelle Fremdbezug

Beispiel

- Das Produkt 1 benötigt v_{11} = 4 Einheiten des Inputfaktors 1; der Absatzpreis beträgt p_1 = 200, variable Stückkosten ohne die Kosten des Inputfaktors $\bar{k}_j = 140$

Falls anstelle des Inputfaktors 1 auch ein anderer Inputfaktor 2 mit r_2 =10 (Substitution) und v_{21} = 5 Einheiten verwendet werden kann

$$d_1 = p_1 - (\bar{k}_j + v_{21} \cdot r_2) = 200 - (140 + 5 \cdot 10) = 10$$

$$\hat{r}_1 = \frac{p_1 - \bar{k}_1 - d_1}{v_{11}} = \frac{200 - 140 - 10}{4} = 12{,}5$$

Bei Preis über 12,5 ist es kostengünstiger, den Inputfaktor 2 anstelle von 1 zu verwenden

Beispiel

Anderes Verfahren welches beide Inputfaktoren 1 und 2 benötige.

$v_{11}^{l} = 1 \quad v_{21}^{l} = 2 \Rightarrow$ drei Verfahren:

1. Inputfaktor 1 alleine mit variablen Stückkosten

$$\bar{k}_j + v_{11} \cdot r_1 = 140 + 4r_1$$

2. Inputfaktor 2 alleine mit variablen Stückkosten

$$\bar{k}_j + v_{21} \cdot r_2 = 140 + 5 \cdot 10 = 190$$

3. Verfahren *l* mit beiden Inputfaktoren mit variablen Stückkosten

$$\bar{k}_j + v_{11}^{l} \cdot r_1 + v_{21}^{l} \cdot r_2 = 140 + 1r_1 + 2 \cdot 10 = 160 + r_1$$

Verfahren *l* effizient für $6,\bar{6} \leq r_1 \leq 30$, am kostengünstigsten

$r_1 > 30 \Longrightarrow$ Inputfaktor 1 vollständig durch Inputfaktor 2 substituiert.

r_1 unter $6,\bar{6}$, nur Inputfaktor 1

Spezifische Preisobergrenzen

- Inputfaktor geht in mehrere Endprodukte ein
  - Grundsätzlich für jedes Produkt eine produktspezifische Preisobergrenze ermitteln
  - Die höchste dieser Preisobergrenzen ist die absolute Preisobergrenze

- *Beispiel*: Produktionsprogramm besteht aus 3 Produkten

Produkt	j=1	j=2	j=3
Preis p^j	200	480	320
variable Kosten k^j	160	400	270
Deckungsbeitrag d^j	40	80	50
Verbrauch v^j	4	5	8
Absatzmenge x^j	300	200	40
vorl. variable Kosten $\bar{k}_j$	140	375	230
Preisobergrenze $\hat{r}_j$	15	21	11,25

Beispiel

- Gegenwärtige Kosten des Inputfaktors r=5
  - Absolute Preisobergrenze ist daher 21
- Entwicklung der Nachfragemenge q

$$r < 11{,}25: \quad q = \sum_{j=1}^{3} v_j \cdot x_j = 4 \cdot 300 + 5 \cdot 200 + 8 \cdot 40 = 2.520$$

$$11{,}25 \le r < 15: \quad q = v_1 \cdot x_1 + v_2 \cdot x_2 = 4 \cdot 300 + 5 \cdot 200 = 2.200$$

$$15 \le r < 21: \quad q = v_2 \cdot x_2 = 5 \cdot 200 = 1.000$$

$$21 \le r: \quad q = 0$$

Bestehen von Produktinterdependenzen

- Fortsetzung Beispiel:

- Angenommen, Produkte 2 und 3 vollständig komplementär

$$\hat{r}_{23} = \frac{(p_2 - \bar{k}_2) \cdot x_2 + (p_3 - \bar{k}_3) \cdot x_3}{v_2 \cdot x_2 + v_3 \cdot x_3} = \frac{105 \cdot 200 + 90 \cdot 40}{5 \cdot 200 + 8 \cdot 40} = 18,\overline{63}$$

- Zusammensetzung des gesamten bestehenden Produktionsprogrammes soll bestehen - Preisobergrenze

$$\hat{r}_{123} = \sum_{j=1}^{3} \frac{(p_j - \bar{k}_j) \cdot x_j}{v_j \cdot x_j} = \frac{42.600}{2.520} = 16,905$$

„Kostenobergrenze“

Optimale Preise

- Preissetzung hängt von verschiedenen Einflussgrößen ab
- Im Rahmen der Unternehmensrechnung werden häufig ausschließlich *Kosten* betrachtet
  - Andere Einflussgrößen werden konstant gehalten
- Annahmen im Grundmodell
  - Preisabsatzfunktion $x(p)$ ist bekannt
  - Monopol
  - „Normale“ Produkte
- Implikationen:
  - Nachfrage fällt bei steigendem Preis $x' < 0$
  - Preiselastizität

$$\eta = \frac{dx}{x} : \frac{dp}{p} = \frac{dx}{dp} \cdot \frac{p}{x} < 0$$

Gewinnmaximierung

$$\max_p G(p) = p \cdot x(p) - K\big(x(p)\big)$$

- Notwendige Bedingung: $G' = x(p) + p \cdot \frac{dx}{dp} - K'(x) \cdot \frac{dx}{dp} = 0$
- Optimalitätsbedingung: Grenzerlös = Grenzkosten
- Optimaler Preis lässt sich für Beispiele ermitteln
- **Beispiel:** Multiplikative Preis-Absatz-Funktion, lin. Kostenfunktion

$$x(p) = \alpha \cdot p^{\beta} \quad [\beta < -1] \qquad \eta = \beta \cdot \alpha \cdot p^{\beta-1} \cdot \frac{p}{\alpha \cdot p^{\beta}} = \beta$$

$$p^* = \frac{\beta}{1+\beta} \cdot k$$

Eigenschaften der Lösung

- Relevant ist neben der PAF die Grenzkostenfunktion
- Fixkosten sind im obigen Szenario nicht relevant
  - Grenzkosten entsprechen den variablen Kosten pro Stück
  - Implizite Annahme: kurzfristige Betrachtung
- Positive Periodengewinne sind trotz optimaler Preisbildung nicht garantiert

Dynamische Preisstrategien

- Die Festlegung des Preises in einer Periode hat u.U. Auswirkungen auf weitere Perioden
- Solche Interdependenzen müssen bei der Festlegung des Preises jeder Periode berücksichtigt werden
  - Carry over-Effekte, Produktlebenszyklus

- Dynamische Preisstrategie $\{p_1, p_2, .., p_T\}$

- Erfassung der Interdependenzen über “dynamische” PAF

$$x_t = x_t(p_1, p_2, \ldots, p_t)$$ bzw. $$x_t = x_t(x_1, x_2, \ldots, x_{t-1}, p_t)$$

Optimale Preisstrategie

- Beispiel: 2 Perioden
- Maximierung des Barwerts der Gewinne beider Perioden

$$\boldsymbol{G = [p_1 \cdot x_1 - K(x_1)] \cdot \rho^{-1} + [p_2 \cdot x_2 - K(x_2)] \cdot \rho^{-2}}$$

mit $x_2 = x_2(x_1, p_2)$

- Preis der 2. Periode unterscheidet sich strukturell nicht vom kurzfristig optimalen Preis
  - Zum Zeitpunkt der Preisbildung sind vorangegangene Größen bereits realisiert
  - Fallen bei Bildung der Ableitung weg
- Optimaler Preis der 1. Periode ergibt sich durch

$$\frac{\partial G}{\partial p_1} = x_1 + [p_1 - K'(x_1)] \cdot \frac{dx_1}{dp_1} \cdot \rho^{-1} + [p_2 - K'(x_2)] \cdot \frac{\partial x_2}{\partial x_1} \cdot \frac{dx_1}{dp_1} \cdot \rho^{-2} = 0$$

Optimale Preisstrategie

- Optimalitätsbedingung dynamische Preisfestlegung:

$$\frac{\partial G}{\partial p_1} = x_1 + \left[p_1 - K'(x_1)\right] \cdot \frac{dx_1}{dp_1} \cdot \rho^{-1} + \left[p_2 - K'(x_2)\right] \cdot \frac{\partial x_2}{\partial x_1} \cdot \frac{dx_1}{dp_1} \cdot \rho^{-2} = 0$$

- Optimalitätsbedingung statische Preisfestlegung

$$\frac{\partial G}{\partial p_1} = x_1 + \left[p_1 - K'(x_1)\right] \cdot \frac{dx_1}{dp_1} = 0$$

$$\frac{\partial \boldsymbol{x_2}}{\partial \boldsymbol{x_1}} > \mathbf{0} \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{p_1^*} \ \textbf{sinkt relativ zur kurzfristigen Lösung}$$

$$\frac{\partial \boldsymbol{x_2}}{\partial \boldsymbol{x_1}} < \mathbf{0} \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{p_1^*} \ \textbf{steigt relativ zur kurzfristigen Lösung}$$

Interpretation

- Fall 1: die Absatzmenge der zweiten Periode steigt mit der Absatzmenge der ersten Periode
  - In diesem Fall ist es optimal, den Absatzpreis der ersten Periode gegenüber der kurzfristigen Betrachtung zu senken
  - Dies erhöht die Absatzmenge nicht nur in Periode 1 sondern auch in Periode 2
- Fall 2: die Absatzmenge der zweiten Periode sinkt mit der Absatzmenge der ersten Periode
  - Es ist optimal, den Preis der ersten Periode gegenüber der kurzfristigen Betrachtung zu erhöhen
  - Dies vermindert die Absatzmenge und die negativen Auswirkungen auf die zweite Periode

Kosteninterdependenzen

- Lerneffekte
  - Minderung der Produktionskosten je Einheit bei steigender kumulierter Menge
- Verschleißeffekte
  - Steigerung der Produktionskosten je Einheit z.B. Aufgrund von Materialermüdung
- Formale Darstellung: $k_t = (x_1, x_2, ..., x_{t\text{-}1}, x_t)$
  - Basisstückkosten bk_t, Änderungsfaktoren $c_t(x_t)$
  - Stückkosten:

$$k_t = \left[\prod_{\tau=1}^{t-1} \left(1 + c_\tau \left(x_\tau \right) \right) \right] \cdot bk_t \qquad t = 1, \ldots, T; k_1 = bk_1$$

– Lerneffekt: $c_t' \left(x_t \right) < 0$

– Verschleißeffekt: $c_t' \left(x_t \right) > 0$

Auswirkungen auf Lösung

- Lerneffekt: $\hat{x}_1 > x_1^*$ bzw. $\hat{p}_1 < p_1^*$
  - Investition in Erfahrung
  - „Überproduktion“
- Verschleißeffekt: $\hat{x}_1 < x_1^*$ bzw. $\hat{p}_1 > p_1^*$
  - Unterproduktion
- Probleme:
  - Woher kommen die Informationen
  - Schätzung der langfristigen Preis-Absatz-Funktion notwendig

Produktinterdependenzen

- **Beispiel**: Produkt-Marktinterdependenzen
- Erfassung durch gemeinsame Preis-Absatz-Funktion

$$x_j = x_j(p_1, p_2) \quad \textbf{bzw} \quad x_j(p_j, x_i) \quad \textbf{für } i,j = 1,2 \quad \textbf{und } i \neq j$$

- Maximierung des Gesamtgewinns der Periode

$$G = (p_1 \cdot x_1 - K(x_1)) + (p_2 \cdot x_2 - K(x_2))$$

$$\frac{\partial G}{\partial p_1} = x_1 + (p_1 - K'(x_1)) \cdot \frac{\partial x_1}{\partial p_1} + (p_2 - K'(x_2)) \cdot \frac{\partial x_2}{\partial p_1} = 0$$

$\frac{\partial x_2}{\partial p_1} > 0 \Rightarrow$ Substitutivität mit (c.p.) preiserhöhendem Effekt

$\frac{\partial x_2}{\partial p_1} < 0 \Rightarrow$ Komplementarität mit (c.p.) preissenkendem Effekt

Zahlenbeispiel

- Zwei substitutive Produkte mit folgenden PAF

  $x_1 = 100 - 2p_1 + p_2$ und $k_1 = 4$

  $x_2 = 200 - 2p_2 + p_1$ und $k_2 = 5$

  Fixkosten 5.096,5

Unternehmen maximiert gesamten Deckungsbeitrag

$$D = (p_1 - 4)(100 - 2p_1 + p_2) + (p_2 - 5)(200 - 2p_2 + p_1)$$

$$\frac{\partial D}{\partial p_1} = 100 - 2p_1 + p_2 - 2 \cdot (p_1 - 4) + p_2 - 5 = 103 - 4p_1 + 2p_2 = 0$$

$$\frac{\partial D}{\partial p_2} = 200 - 2p_2 + p_1 - 2 \cdot (p_2 - 5) + p_1 - 4 = 206 - 4p_2 + 2p_1 = 0$$

$$p_1^* = 68{,}\overline{6};\ \ p_2^* = 85{,}8\overline{3} \qquad x_1^* = 48{,}5;\ \ x_2^* = 97$$

$$D^* = 10.977{,}1\overline{6}$$

Isolierte Lösungen

- Annahme: Beide Produktbereiche entscheiden isoliert

  Jeder Bereich maximiert seinen Deckungsbeitrag

  Bereich 1 maximiert $D_1 = (p_1 - 4)(100 - 2p_1 + p_2)$

  Bereich 2 maximiert $D_2 = (p_2 - 5)(200 - 2p_2 + p_1)$

Die daraus folgenden Lösungen ergeben sich aus

$$\frac{\partial D_1}{\partial p_1} = 100 - 2p_1 + p_2 - 2 \cdot (p_1 - 4) = 108 - 4p_1 + p_2 = 0$$

$$\frac{\partial D_2}{\partial p_2} = 200 - 2p_2 + p_1 - 2 \cdot (p_2 - 5) = 210 - 4p_2 + p_1 = 0$$

$$\hat{p}_1 = 42{,}8; \; \hat{p}_2 = 63{,}2 \qquad \hat{x}_1 = 77{,}6; \; \hat{x}_2 = 116{,}4$$

$$\hat{D}_1 = 3.010{,}88; \; \hat{D}_2 = 6.774{,}48; \; \hat{D} = 9.785{,}36$$

Ökonomische Interpretation

- Bei der insgesamt optimalen Lösung ergäbe sich:

$D^*_1 = 3.136{,}33$
$D^*_2 = 7.840{,}83$

- Beide sind größer als bei isolierter Optimierung
- Warum also die Abweichung?
- Grund: Gegeben den Preis des jeweils anderen, hat jeder Bereich einen Anreiz, abzuweichen
- An der Stelle der insgesamt optimalen Preise beträgt zB der Grenzdeckungsbeitrag für Bereich 1 = -80,83
- Daher entsteht Anreiz zur Preissenkung
- Mengenreduzierung bei anderem Bereich spielt direkt keine Rolle
- Der Gesamteffekt dieses beidseitigen Handelns ist indes fatal

Mögliches Korrektiv: spez. Allokation der Fixkosten

$$68{,}\overline{6} = 25 + \frac{85{,}8\overline{3}}{4} + \frac{\hat{k}_1}{2} \qquad \Rightarrow \hat{k}_1 = 44{,}416$$

$$85{,}8\overline{3} = 50 + \frac{68{,}\overline{6}}{4} + \frac{\hat{k}_2}{2} \qquad \Rightarrow \hat{k}_2 = 37{,}33$$

$$37{,}33 = 5 + \frac{\alpha_2 \cdot 5.096{,}5}{97} \Rightarrow \alpha_2 = 0{,}6154$$

$$44{,}416 = 4 + \frac{\alpha_1 \cdot 5.096{,}5}{48{,}5} \Rightarrow \alpha_1 = 0{,}3846$$

Diskussion

- Im Beispiel existiert eine Fixkostenallokation mit den gewünschten Eigenschaften
- Für deren Konstruktion wurde aber die optimale Lösung benötigt
- Dann braucht man aber die Allokation zunächst nicht (oder??)
- Außerdem war die Höhe der Fixkosten so gewählt, dass Verteilung der gesamten Fixkosten resultierte
- Andernfalls bleibt etwas übrig oder es reicht nicht
- Bei Komplementarität müssten analog die variablen Kosten gesenkt werden
- Allokation der Fixkosten kann aber im Rahmen von Koordinationsüberlegungen ein approximatives Mittel sein
- Bereiche entscheiden isoliert mit besseren Informationen
- Fixkostenallokation bringt Lösung bei Substitutivität in “richtige” Richtung

Optimale Preise bei Konkurrenz

- Beispiel:

  Zwei Unternehmen 1 und 2 stellen ein homogenes Produkt her.

  Variable Stückkosten: $k_1 = k_2 = k$.

  Beide Unternehmen geben gleichzeitig ihre Preise p_j bekannt

  Aufteilung der Nachfrage entsprechend der PAF des Marktes

  Unternehmen müssen diese Nachfrage mit Absatzmengen x_1 und x_2 anschließend erfüllen.

  Nachfrager werden gänzlich vom Unternehmen mit dem geringeren bekannt gegebenen Preis kaufen, das andere Unternehmen geht leer aus.

Duopolsituation mit Bertrand-Wettbewerb

- Angenommen, Unternehmen 1 wüsste, dass Unternehmen 2 den Preis $p_2 > k$ anbietet.

  Optimale Preisentscheidung: $p_1 = p_2 - \varepsilon$

  Einziges Gleichgewicht $p^*_1 = p^*_2 = k$.

  Was ist, wenn variable Kosten der beiden Unternehmen unterschiedlich sind, etwa $k_1 < k_2$?
- Optimaler Preis $p^*_1 = k_2 - \varepsilon$ (es sei denn, der Monopolpreis liegt darunter)
- Optimaler Preis von Unternehmen 1 *alleine* von den variablen Kosten des Unternehmens 2 abhängig
- Kritische Annahme: Beide Unternehmen kennen die Kosten des anderen genau

Entscheidungsrechnungen bei Unsicherheit

OTTO VON GUERICKE UNIVERSITÄT MAGDEBURG

- Motivation:
  - Vorgebrachte Gründe für Annahme sicherer Erwartungen bei KLR:
    - KLR dient kurzfristig wirksamen Entscheidungen
    - Erläuterung grundlegender Prinzipien
  - Gegenargument:
    - Stimmigkeit obiger Argumente erst nach Analyse unter Einbeziehung der Unsicherheit beurteilbar
  - Darum: Explizite Einbeziehung von Unsicherheit in diesem Kapitel
- Beispiele:
  - Break Even-Analyse
  - Kurzfristige Produktionsprogrammentscheidungen

Break Even-Analyse

- Grundidee
  - Einfluss von exogenen Parametern auf die Lösung von Entscheidungsproblemen

- Methode: Sensitivitätsanalyse
  - Empfindlichkeit der Zielgrößen auf Änderungen der Parameter
  - Ermittlung des “günstigen” Parameterbereichs: Entscheidung bleibt optimal

- Grundmodell der Break Even-Analyse
  Fokus auf Beschäftigungsunsicherheit
  - Ermittlung einer Break Even-Menge
  - Ermittlung anderer kritischer Parameterwerte möglich

BEA im Einproduktfall

- Bestimmung der Periodengewinns

$$G = (p - k) \cdot x - K^F = d \cdot x - K^F$$

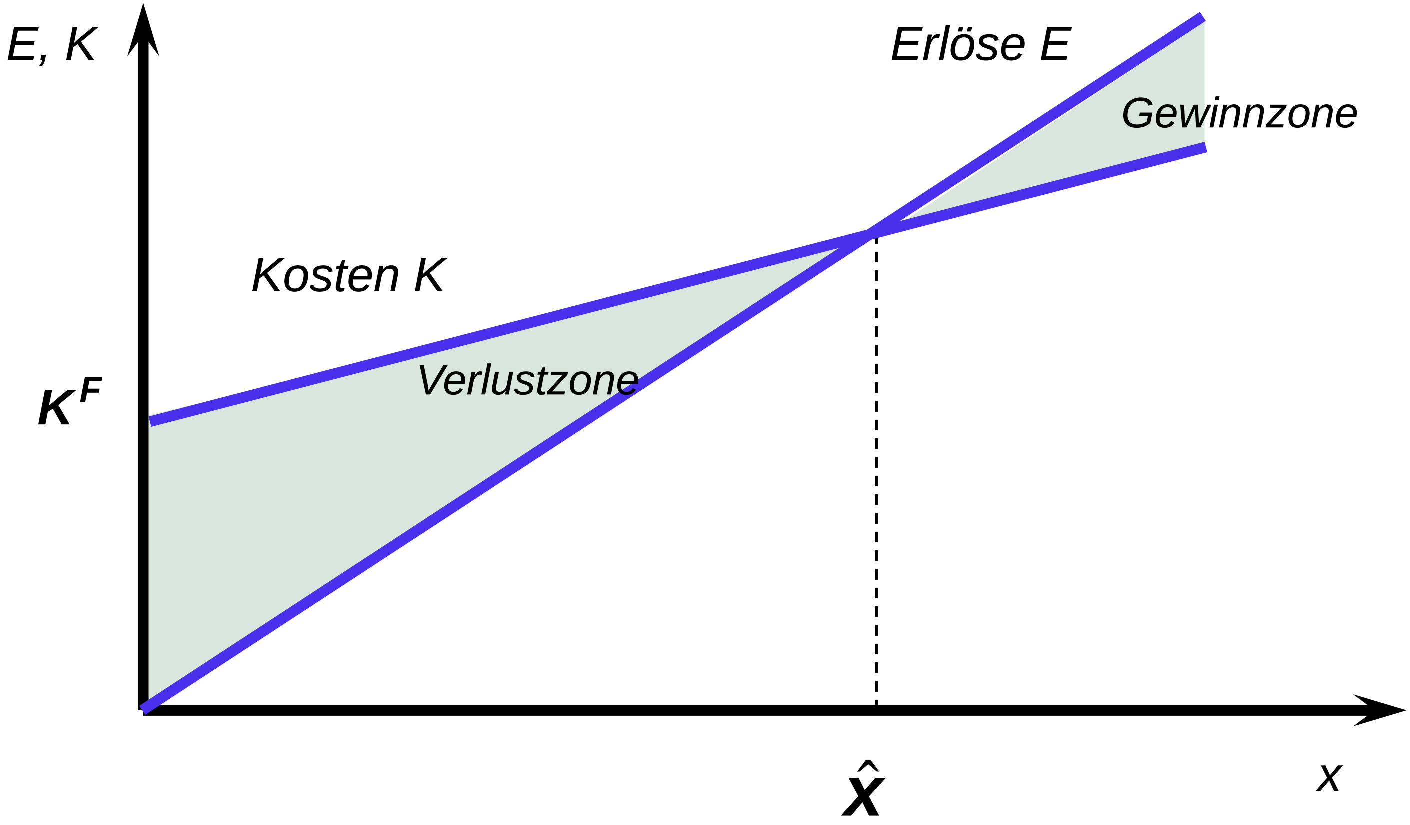
mit

d	Deckungsbeitrag
k	variable Stückkosten je Produkteinheit
p	Absatzpreis je Produkteinheit
x	Produkteinheiten
K^F	Fixkosten

$$\hat{x} = \frac{K^F}{d} = \frac{K^F}{p - k}$$

Beispiel

- Absatzpreis = 100, variable Kosten = 40, Fixkosten = 120.000
  BEM = 120.000/(100-40) = 2.000



Kritische Werte:

- BreakEven-Menge $\hat{x} = \frac{K^F}{d}$

- Kritischer Gewinn G $\hat{x} = \frac{K^F + \underline{G}}{d}$

- Break Even-Preis $\hat{p} = k + \frac{K^F + \underline{G}}{x}$

- Break Even-Stückkosten $\hat{k} = p - \frac{K^F + \underline{G}}{x}$

Fortsetzung Beispiel:

Fixkosten =	**120.000**
Absatzpreis =	**100**
variable Kosten =	**40**
Menge =	**1.800**
kritischer Gewinn =	**0**

Break Even-Preis = 40 + 120.000/1.800 = 106,67

für Absatzpreis = **90**

Break Even-Stückkosten = 90 - 120.000/1.800 = 23,22

Für Absatzpreis = **80**

Break Even-Stückkosten = 80 - 120.000/1.800 = 13,33

BEA im Einproduktfall
Auswertungen

- Beeinflussung der *Break Even-Menge* durch
  - Veränderung der proportionalen Stückkosten
  - Veränderung des Absatzpreises
  - Veränderung des Mindestgewinns
  - Erhöhung des Fixkostenblocks durch zusätzliche Werbemaßnahmen, Einstellung von zusätzlichem Verkaufspersonal
  - Änderung auf Produktionsverfahren in Richtung niedrigerer variabler Stückkosten bei höheren Fixkosten

- Deckung auszahlungswirksamer Teile der Fixkosten (“Cash-Point”)

Risikomaße

- Sicherheitskoeffizient
- *Fragestellung:* Um welchen Prozentsatz darf Umsatz/Absatz (ausgehend von Basiswert) sinken, ohne in die Verlustzone zu geraten?
- Überlegungen
  - Je höher SK, desto sicherer positiver/bestimmter Periodenerfolg
  - Ausgangsmenge *x*: volle Kapazitätsauslastung

$$SK = \frac{p \cdot x - p \cdot \hat{x}}{p \cdot x} = \frac{x - \hat{x}}{x} = 1 - \frac{\hat{x}}{x}$$

Beispiel
Kapazität x = 10.000,
BE-Menge = 8.000

Sicherheitskoeffizient = 1 – 8.000/10.000 = 0,2

Kapazitätsauslastung kann um 20% unterschritten werden, ehe man Verluste macht

Risikomaße

- Operating Leverage
- *Fragestellung:* wie verändert sich der relative Gewinn im Verhältnis zum relativen Umsatz?

$$OL = \frac{\frac{\Delta G}{G}}{\frac{\Delta E}{E}} \qquad OL = \frac{\frac{\Delta x \cdot d}{\left(x \cdot d - K^F\right)}}{\frac{\Delta x \cdot p}{x \cdot p}}$$

- Zusammenhanng zwischen Sk und OL:

$$OL = \frac{\Delta x \cdot d \cdot x}{\Delta x \cdot \left(x \cdot d - K^F\right)} = \frac{x}{x - \frac{K^F}{d}} = \frac{1}{\frac{x - \hat{x}}{x}} = \frac{1}{SK}$$

Beurteilung von *SK* und *OL*

- Problem: Keine Berücksichtigung der Verteilungen

- Alternatives Risikomaß: Gewinnvarianz

$$\sigma^2(\tilde{G}) = \sigma^2(\tilde{x} \cdot d - K^F) = \sigma^2(\tilde{x} \cdot d) = \sigma^2(\tilde{x}) \cdot d^2 = \sigma^2(\tilde{x}) \cdot (p - k)^2$$

Gewinnvarianz

- Niedrigere Stückkosten führen zu höherem Deckungsbeitrag und höherer Varianz des Gewinns
- Fixkosten ohne Konsequenzen für Varianz

SK bzw. OL

- Niedrigere Stückkosten führen zu höherem Deckungsbeitrag, zu geringerer BEM und zu höherem *SK* und niedrigerem *OL*
- Höhere Fixkosten führen zu größerem *OL*

Beispiel:

- Varianz der Absatzmengen: 150
- Absatzpreis: 10

Verfahren 1: $K_1^F = 1.000; \quad k_1 = 8; \quad \Rightarrow \quad d_1 = 2; \quad \hat{x}_1 = \frac{1.000}{2} = 500$

Verfahren 2: $K_2^F = 2.000; \quad k_2 = 6; \quad \Rightarrow \quad d_2 = 4; \quad \hat{x}_2 = \frac{2.000}{4} = 500$

Gleiche Werte für *SK* und *OL*

Gewinnvarianzen

Verfahren 1: $\sigma^2\left(\tilde{G}_1\right) = \sigma^2(\tilde{x}) \cdot d_1^2 = 150 \cdot 2^2 = 150 \cdot 4 = 600$

Verfahren 2: $\sigma^2\left(\tilde{G}_2\right) = \sigma^2(\tilde{x}) \cdot d_2^2 = 150 \cdot 4^2 = 150 \cdot 16 = 2.400$

Stochastische Break Even-Analyse
Einproduktfall

- Explizite Untersuchung der Wahrscheinlichkeitsverteilung des Gewinns
  - Verteilung der einzelnen Bestimmungsfaktoren
  - Annahme risikobehafteter Absatzmengen
  - Risiko als Wahrscheinlichkeit für Erfolgsniveau $\underline{G}$

$$E\left[\tilde{G}\right] = E\left[\tilde{x}\right] \cdot d - K^F$$

$$\mathbf{Pr}\left\{\tilde{G} \geq \underline{G}\right\}$$

Break Even-Wahrscheinlichkeit $\mathbf{Pr}\left\{\tilde{G} \geq 0\right\} \Leftrightarrow \mathbf{Pr}\left\{\tilde{x} \geq \hat{x}\right\}$

Beispiel:

Absatzmengen *x* seien *gleichverteilt* im Intervall

$$f(x) = \frac{1}{\overline{x} - \underline{x}}; \qquad F(x) = \frac{x - \underline{x}}{\overline{x} - \underline{x}} \qquad x \in [\underline{x}; \overline{x}]$$

Break Even-Wahrscheinlichkeit $\Pr\{\tilde{G} \geq 0\} = 1 - F(\hat{x})$

$$\Pr\{\tilde{G} \geq 0\} = \begin{cases} 0 & \textit{falls } \hat{x} \geq \overline{x} \\ \dfrac{\overline{x} - \hat{x}}{\overline{x} - \underline{x}} & \textit{falls } \underline{x} < \hat{x} < \overline{x} \\ 1 & \textit{falls } \hat{x} \leq \underline{x} \end{cases}$$

Beispiel:

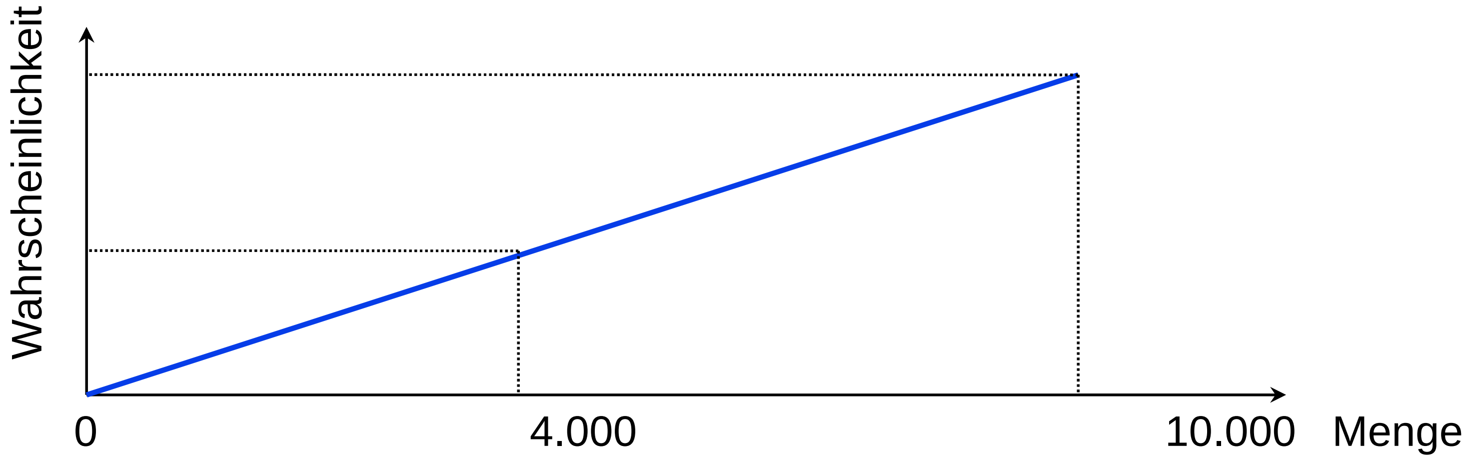
- Absatzmengen gleichverteilt in [0, 10.000]

  $F(x) = 0{,}0001x$

  Deckungsbeitrag d = 50, Fixkosten = 200.000

  Break Even-Menge = 4.000

  $F(4.000) = 0{,}4$ und Break Even-Wahrscheinlichkeit = 0,6



Stochastische Break Even-Analyse

- Alternative Fragestellung:
  - Wie hoch ist der maximale Erfolg, der mit einer vorgegebenen Wahrscheinlichkeit überschritten wird?

  - Formale Abbildung:

$$\mathbf{Pr}\left\{\tilde{G} \geq \underline{G}\right\} = \overline{\mathbf{Pr}}$$

$$1 - F(\hat{x}) = \frac{\overline{x} - \hat{x}}{\overline{x} - \underline{x}} = \frac{\overline{x} - \dfrac{K^F + \underline{G}}{d}}{\overline{x} - \underline{x}} = \overline{\mathbf{Pr}}$$

$$\underline{G} = d \cdot \left(\overline{x} - \overline{\mathbf{Pr}} \cdot \left(\overline{x} - \underline{x}\right)\right) - K^F$$

Beispiel:

- Ein Unternehmen muss über die Einstellung von zusätzlichem Verkaufspersonal entscheiden.
- Es gelten folgende Annahmen:
- Ausgangssituation:
  - Absatzmengen gleichverteilt in [0, 10.000]
  - Deckungsbeitrag d = 40
  - Fixkosten = 150.000
  - Mindestgewinn = 200.000
- Bei Einstellung Verkaufspersonal:
  - Deckungsbeitrag d = 40
  - zusätzliche Fixkosten von 90.000
  - Absatzmengen gleichverteilt in [0,13.000]
  - Mindestgewinn = 200.000

Beispiel

- Zielsetzung 1: Maximierung der Break Even-Wahrscheinlichkeit
- Ausgangssituation:
  - erforderlicher Absatz = 8.750;
  - Break-Even Wahrscheinlichkeit 0,125

  Variante:
  - erforderlicher Absatz = 11.000;
  - Wahrscheinlichkeit = 1 - 11.000/13.000 = 0,1538

- Ergebnis: Einstellung von Zusatzpersonal vorteilhaft

Beispiel:

- Zielsetzung 2: Ergebnismaximierung bei vorgegebener Wahrscheinlichkeit
- Vorgegebene Wahrscheinlichkeit = 0,4

Ausgangssituation

$\underline{G} = 40[10.000 - 0{,}4(10.000 - 0)] - 150.000 = 90.000$

Variante

$\underline{G} = 40[13.000 - 0{,}4(13.000 - 0)] - 240.000 = 72.000$

- Ergebnis: Einstellung zusätzlichen Verkaufspersonals unvorteilhaft

Break Even-Analyse
Mehrproduktfall

- Unterschiede zum Einproduktfall:
  - Ausgleichseffekte zwischen verschiedenen Produktarten
  - Produktionsprogramm soll in seiner Gesamtheit ein bestimmtes Ergebnis bescheren
  - Nicht mehr eine Break Even-Menge, sondern eine Vielzahl von Mengenkombinationen

Absatzmengenkombinationen der Produktarten $j = 1, ..., J$:

$$\hat{X} = \left\{ \hat{x} \geq 0 \,\middle|\, \sum_{j=1}^{J} \hat{x}_j \cdot d_j = K^F + \underline{G} \right\}$$

$$\hat{x} = (\hat{x}_1, \hat{x}_2, \ldots, \hat{x}_J) \in \hat{X}$$

Break Even-Analyse Mehrproduktfall

- Zweiproduktfall: Gerade

$$\hat{x}_1 \cdot d_1 + \hat{x}_2 \cdot d_2 = K^F + \underline{G} \Rightarrow \hat{x}_2 = \frac{K^F + \underline{G}}{d_2} - \frac{d_1}{d_2} \cdot \hat{x}_1$$

- Mehrproduktfall:
  Konvexkombination isolierter Break Even-Mengen

$$\hat{\mathbf{x}}_{\mathbf{j}} = (0, \ldots, \hat{x}^i_j, \ldots, 0) \qquad \hat{x}^i_j = \frac{K^F + \underline{G}}{d_j}$$

$$\hat{\mathbf{x}} = \alpha_1 \cdot \hat{\mathbf{x}}_1 + \alpha_2 \cdot \hat{\mathbf{x}}_2 + \cdots + \alpha_J \cdot \hat{\mathbf{x}}_{\mathbf{J}} = \sum_{j=1}^{J} \alpha_j \cdot \hat{\mathbf{x}}_{\mathbf{j}}$$

$$\alpha_j \geq 0 \;\; \forall j; \;\; \sum_{j=1}^{J} \alpha_j = 1$$

Beispiel:

- J = 4 Produktarten

  Deckungsbeiträge: d_1 = 20; d_2 = 70; d_3 = 60; d_4 = 150

  Fixkosten = 150.000

  Mindestgewinn = 60.000

Break Even-Mengen $\hat{x}_1^i = 10.500;\ \hat{x}_2^i = 3.000;\ \hat{x}_3^i = 3.500;\ \hat{x}_4^i = 1.400$

Beliebiger Break Even-Vektor

$$\begin{bmatrix} \hat{x}_1 \\ \hat{x}_2 \\ \hat{x}_3 \\ \hat{x}_4 \end{bmatrix} = \alpha_1 \cdot \begin{bmatrix} 10.500 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \alpha_2 \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 3.000 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \alpha_3 \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 3.500 \\ 0 \end{bmatrix} + \alpha_4 \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1.400 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_1 \cdot 10.500 \\ \alpha_2 \cdot 3.000 \\ \alpha_3 \cdot 3.500 \\ \alpha_4 \cdot 1.400 \end{bmatrix}$$

Konstanter Absatzmix

- Beliebiges Produkt als *Leitprodukt*
- Annahme konstanter Verhältnisse der Absatzmengen
  - Für erstes Produkt als Leitprodukt und β_j als konstante Verhältnisse der Absatzmengen der Produkte *j* zu Produkt 1

$$\beta_j = \frac{x_j}{x_1} \quad \text{für } j = 1,\ldots,J$$

$$D = \sum_{j=1}^{J} x_j \cdot d_j = \sum_{j=1}^{J} \left(x_1 \cdot \beta_j\right) \cdot d_j = x_1 \cdot \sum_{j=1}^{J} \beta_j \cdot d_j = x_1 \cdot \bar{d}$$

$$\hat{x}_1 = \frac{K^F + \underline{G}}{\bar{d}}$$

Break Even-Umsatz

Ermittlung des Break Even-Umsatzes bei konstantem Absatzmix

$$E = \sum_{j=1}^{J} x_j \cdot p_j = x_1 \cdot \sum_{j=1}^{J} \beta_j \cdot p_j = x_1 \cdot \overline{p}$$

$$\hat{E} = \overline{p} \cdot \hat{x}_1 = \frac{K^F + \underline{G}}{\overline{d} / \overline{p}}$$

Relation “Deckungsbeitrag zu Gesamtumsatz” für jedes Produkt gegeben und konstant

$$\frac{D_j}{E} = \frac{x_j \cdot d_j}{x_1 \cdot \overline{p}} = \frac{x_1 \cdot \left(\beta_j \cdot d_j\right)}{x_1 \cdot \overline{p}} = \frac{\beta_j \cdot d_j}{\overline{p}} \quad \Rightarrow \quad \hat{E} = \frac{K^F + \underline{G}}{\sum_{j=1}^{J} \frac{D_j}{E}}$$

Beispiel: BEM und BE-Umsatz

Mengenrelation 1 : 2 : 4 : 4

$$\bar{d} = 1 \cdot 20 + 2 \cdot 70 + 4 \cdot 60 + 4 \cdot 150 = 1.000$$

$$\hat{x}_1 = \frac{210.000}{1.000} = 210$$

$$\hat{x}_2 = 210 \cdot 2 = 420; \hat{x}_3 = 210 \cdot 4 = 840; \hat{x}_4 = 210 \cdot 4 = 840$$

$$p_1 = 110; p_2 = 200; p_3 = 160; p_4 = 220$$

$$\bar{p} = 1 \cdot 110 + 2 \cdot 200 + 4 \cdot 160 + 4 \cdot 220 = 2.030$$

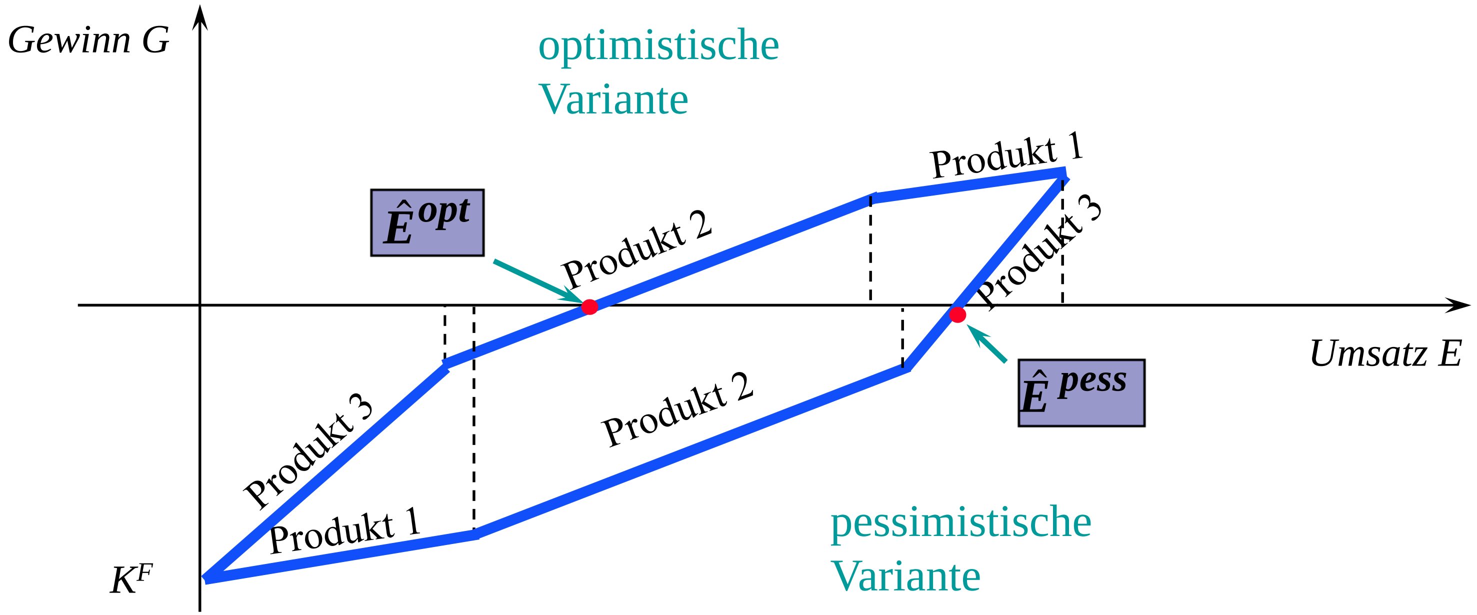
Beispiel:

$$\frac{D_1}{E} = \frac{20}{2.030}; \frac{D_2}{E} = \frac{140}{2.030}; \frac{D_3}{E} = \frac{240}{2.030}; \frac{D_4}{E} = \frac{600}{2.030}$$

$$\hat{E} = \frac{210.000}{\frac{1.000}{2.030}} = \frac{210.000 \cdot 2.030}{1.000} = 426.300$$

Pessimistische und optimistische Variante

- Pessimistische Variante
  - Individuelle Deckungsbeitrags-Umsatz-Relationen D_j / E_j in aufsteigender Reihenfolge, bis Absatzobergrenze erreicht ist
- Optimistische Variante
  - umgekehrt



Break Even-Analyse - Ergebnis

- BEA vermittelt Gefühl für Bedeutung der Unsicherheit
- BEA als wichtige Signalfunktion

  insbes für mehr Informationsbeschaffungen bzw Planungsansätze unter expliziter Einbeziehung von Wahrscheinlichkeitsverteilungen

- Keine konkrete Handlungsempfehlung
- Erfordernis expliziter Analyse der Konsequenzen verschiedener Problemstrukturen für die Unternehmenspolitik

Programmplanung bei Risiko

- Untersuchung der Implikationen expliziter Risikoberücksichtigung in der Produktionsprogrammplanung
  - Bestehen Unterschiede in der Lösungsstruktur
- Was ist risikobehaftet?
  - Risikobehaftete Beschaffungs- oder Absatzpreise (Deckungsbeitrag)
  - Risikobehaftete Fixkosten

$$\tilde{G} = \sum_{j=1}^{J} x_j \cdot \left(\tilde{p}_j - \tilde{k}_j\right) - \tilde{K}^F = \sum_{j=1}^{J} x_j \cdot \tilde{d}_j - \tilde{K}^F = \tilde{D} - \tilde{K}^F$$

- Annahmen im folgenden
  - *Eine* Mehrproduktrestriktion, die nicht risikobehaftet ist
  - Gesamtes Produktionsprogramm wird im voraus festgelegt

Bernoulli-Prinzip

- Erwartungs*nutzen*maximierung
  - Subjektive Nutzenfunktion *U* für jeden Entscheidungsträger
  - Subjektive Bewertung des Risikos durch einzelnen Entscheidungsträger
  - Ergebnisgröße ω: Endvermögen der Planungsperiode
  - Gewählte Alternative ist jene mit dem größten Nutzenerwartungswert
  -

Endvermögen ω = gegebenes Anfangsvermögen ω_0 + Periodengewinn

$$\tilde{\omega} = \omega_0 + \tilde{G} = \omega_0 + \tilde{D} - \tilde{K}^F$$

$$\mathrm{E}\left[U\left(\tilde{\omega}\right)\right] = \mathrm{E}\left[U\left(\omega_0 + \tilde{D} - \tilde{K}^F\right)\right] = \mathrm{E}\left[U\left(\omega_0 + \sum_{j=1}^{J} x_j \cdot \tilde{d}_j - \tilde{K}^F\right)\right]$$

Erwartungswertmaximierung

- Spezialfall:
  - Nutzenfunktion U linear: $U(\omega) = \alpha + R\omega$ mit $R > 0$
  - Entscheider ist risikoneutral

- **Gesucht**
  - Produktionsprogramm mit maximalem (Perioden-)Gewinnerwartungswert

$$\mathrm{E}\left[U\left(\tilde{\omega}\right)\right] = \mathrm{E}\left[\alpha + R \cdot \tilde{\omega}\right] = \alpha + R \cdot \left(\omega_0 + \mathrm{E}\left[\tilde{G}\right]\right)$$

$$\mathrm{E}\left[\tilde{G}\right] = \mathrm{E}\left[\tilde{D} - \tilde{K}^F\right] = \mathrm{E}\left[\sum_{j=1}^{J} x_j \cdot \tilde{d}_j - \tilde{K}^F\right] = \sum_{j=1}^{J} x_j \cdot \mathrm{E}\left[\tilde{d}_j\right] - \mathrm{E}\left[\tilde{K}^F\right]$$

$\Rightarrow$ Reihung nach dem höchsten erwarteten spezifischen DB
Fixkosten sind irrelevant

Beispiel:

Produkt	1	2
DB	je zu 50% 10 oder 20	14
Stunden/St	5	5
erwarteter DB	15	14

Kapazität: 1.400 Stunden

Ausschließliche Produktion von Produkt 1
1.400/5 = 280 Stück
Erwarteter DB: 4.200

Erwartungsnutzenmaximierung bei risikoscheu

- Streng konkave Nutzenfunktion *U*
  - $U'(\omega) > 0$; $U''(\omega) < 0$

  - Programmplanung als nichtlineares Optimierungsproblem
  - Bedeutung des erwarteten spezifischen DB nimmt ab
  - Es kommt zu Diversifikationseffekten
  - Maximierung des Erwartungs*nutzens* führt zu optimalem Produktprogramm-Portefeuille
- Beispiel:

Produkt	1	2
DB	je zu 50% 10 oder 20	14
Stunden/St	5	5

Beispiel:

Kapazität: 1.400 Stunden
Nutzenfunktion logarithmisch; $\omega > 0$

$$U(\omega) = 2\ln(\omega);\ U'(\omega) = \frac{2}{\omega} > 0;\ \ U''(\omega) = -\frac{2}{\omega^2} < 0$$

- Vereinfachende Annahmen: $\omega_0 = 0$ und Fixkosten = 0

$$LG = \ln(10 \cdot x_1 + 14 \cdot x_2) + \ln(20 \cdot x_1 + 14 \cdot x_2) - \lambda \cdot (5 \cdot x_1 + 5 \cdot x_2 - 1.400)$$

Kuhn/Tucker-Bedingungen

$$x_j^* > 0 \quad \text{und} \quad \frac{\partial LG}{\partial x_j} = 0 \qquad j = 1,2$$

$$x_j^* = 0 \quad \text{und} \quad \frac{\partial LG}{\partial x_j} \leq 0 \qquad j = 1,2$$

Beispiel:

- Frage: Sind beide Produkte im optimalen Programm?
  - Lösungsweg:
    - Wird nur Produkt 1 gefertigt, darf an Stelle (280, 0) die Ableitung von LG nach x_2 nicht positiv sein

$$\frac{\partial \, LG\left(x_1 = 280; x_2 = 0\right)}{\partial \, x_2} = \frac{14}{2.800} + \frac{14}{5.600} - \lambda \cdot 5$$

$$\frac{\partial \, LG\left(x_1 = 280; x_2 = 0\right)}{\partial \, x_1} = \frac{10}{2.800} + \frac{20}{5.600} - \lambda \cdot 5 = 0 \Rightarrow \lambda = 0{,}00143$$

Setzt man diesen Wert für λ in die obige Ableitung ein, ergibt sich eine positive Differenz von 0,00035

⇨Produkt 2 ist Bestandteil des optimalen Produktionsprogramms

Ähnliche Vorgehensweise zeigt, dass auch Produkt 1 im optimalen Produktionsprogramm enthalten ist

Ermittlung des optimalen Produktionsprogramms

- Restriktion als Gleichung nach Produkt 2 auflösen

$$\ln\left(10 \cdot x_1 + 14 \cdot \left(280 - x_1\right)\right) + \ln\left(20 \cdot x_1 + 14 \cdot \left(280 - x_1\right)\right) =$$
$$\ln\left(3.920 - 4 \cdot x_1\right) + \ln\left(3.920 + 6 \cdot x_1\right)$$

- Nullsetzen der 1. Ableitung

$$-\frac{4}{3.920 - 4 \cdot x_1^*} + \frac{6}{3.920 + 6 \cdot x_1^*} = 0 \quad \Rightarrow \quad 3.920 = 24 \cdot x_1^*$$

$$\Rightarrow x_1^* = \frac{3.920}{24} = 163,\overline{3} \qquad x_2^* = 280 - 163,\overline{3} = 116,\overline{6}$$

Fixkosten und Anfangsvermögen

- Entscheidungsrelevanz von Fixkosten und Anfangsvermögen
  abhängig von Risikoscheu
- Maß der Risikoscheu
  Absolute Risikoaversion $AR(\omega)$

$$AR(\omega) = -\frac{U''(\omega)}{U'(\omega)}$$

- Beispiel: Logarithmische Nutzenfunktion

- Absolute Risikoaversion nimmt - gegeben ein Anfangsvermögen - ab
- Höhere Fixkosten induzieren niedrigeres Endvermögensniveau
- Wahrscheinlichkeitsverteilung für Produktionsprogramm wird in einen Bereich der Nutzenfunktion mit stärkerer Risikoscheu verschoben

Beispiel:

- Positives Anfangsvermögen ω_0 positive, sichere Fixkosten K^F

- Zielfunktion:

$$\ln\left(\omega_0 + 3.920 - 4 \cdot x_1 - K^F\right) + \ln\left(\omega_0 + 3.920 + 6 \cdot x_1 - K^F\right)$$

$$3.920 + \omega_0 - K^F = 24 \cdot x_1^*$$

$$\Rightarrow \quad x_1^* = \frac{3.920 + \omega_0 - K^F}{24}; \quad x_2^* = 280 - \frac{3.920 + \omega_0 - K^F}{24}$$

Fixkosten über 3.920 + ω_0: nur Produkt 2
Anfangsvermögen über 2.800 + K^F: nur Produkt 1

Konstante absolute Risikoaversion

- Logarithmische Nutzenfunktionen bilden abnehmende absolute Risikoaversion ab
- Exponentielle Nutzenfunktionen bilden dagegen konstante absolute Risikoaversion ab
- Beispiel:

$$U(\omega) = -\frac{1}{\alpha} \cdot e^{-\alpha \cdot \omega}; \qquad (\alpha > 0)$$

$$AR(\omega) = -\frac{U''(\omega)}{U'(\omega)} = \frac{\alpha \cdot e^{-\alpha \cdot \omega}}{e^{-\alpha \cdot \omega}} = \alpha$$

$$U(D+\delta) = -\frac{1}{\alpha} \cdot e^{-\alpha \cdot (D+\delta)} = -\frac{1}{\alpha} \cdot e^{-\alpha \cdot D} \cdot e^{-\alpha \cdot \delta} = -\alpha \cdot U(\delta) \cdot U(D)$$

$$\mathrm{E}\left[U\left(\tilde{D}+\delta\right)\right] = -\alpha \cdot U(\delta) \cdot \mathrm{E}\left[U\left(\tilde{D}\right)\right]$$

Wegen $U(\delta) < 0$ ist $-\alpha U(\delta)$ positiv
Mit $\delta = \omega_0 - K^F$ wird Irrelevanz von K^F und Anfangsvermögen deutlich

- (sichere) Fixkosten und sicheres Anfangsvermögen wieder bedeutungslos

Stochastische Fixkosten

- Potentielle Relevanz der Fixkosten wird verstärkt
- Zusätzliche Diversifikationsaspekte hinsichtlich risikobehafteter Fixkosten
- Auch bei konstanter absoluter Risikoaversion grundsätzliche Relevanz der Fixkosten

$$\delta = \omega_0 - K^F$$

- Exponentielle Nutzenfunktion mit

$$\mathrm{E}\left[U\left(\tilde{\omega}\right)\right] = \alpha^2 \cdot \mathrm{E}\left[U\left(\omega_0\right) \cdot U\left(-\tilde{K}^F\right) \cdot U\left(\tilde{D}\right)\right] =$$

$$= \left(-\alpha \cdot U\left(\omega_0\right)\right) \cdot \left(-\alpha \cdot \mathrm{E}\left[U\left(-\tilde{K}^F\right) \cdot U\left(\tilde{D}\right)\right]\right) =$$

$$= \left(-\alpha \cdot U\left(\omega_0\right)\right) \cdot \left(-\alpha \cdot \left\{\mathrm{E}\left[U\left(-\tilde{K}^F\right)\right] \cdot \mathrm{E}\left[U\left(\tilde{D}\right)\right] + Cov\left(U\left(-\tilde{K}^F\right), U\left(\tilde{D}\right)\right)\right\}\right)$$

Stochastische Fixkosten

- Keine Fixkostenrelevanz nur dann,
  wenn Fixkosten mit DB nicht korreliert sind

- Stochastische Fixkosten alleine induzieren keine Fixkostenrelevanz
  - Deckungsbeiträge dann sicher; $\tilde{G} = D - \tilde{K}^F$

⇨ Zustandsabhängiges Endvermögen für jeden Zustand maximal bei Programm mit maximalem Deckungsbeitrag

⇨ Dominanzprinzip
Man kann sich auf die bekannten Sicherheitsansätze beschränken, falls die Fixkosten die alleinige risikobehaftete Größe sind

Zusammenfassung

- Im Rahmen der Erwartungsnutzenmaximierung sind Fixkosten irrelevant
  - falls Nutzenfunktion mit konstanter absoluter Risikoaversion und Fixkosten sicher
  - falls Fixkosten die alleinige stochastische Größe
  - regelmäßig auch als sichere Größe *relevant*, falls Nutzenfunktion ohne konstante absolute Risikoaversion
  - *grundsätzlich relevant*, falls neben Deckungsbeiträgen auch Fixkosten risikobehaftet und keine lineare Nutzenfunktion (Risikoneutralität)
- **Relevanz des Anfangsvermögens**
  - obige Ergebnisse gelten analog
  - Anfangsvermögen am Periodenbeginn aber sicher --
insofern muss diesbezüglich keine Unsicherheit beachtet werden

Implikationen

- Begründung der Verwendung von Vollkostenrechnungen
  - Streng genommen nur Vollkostenrechnungen als Periodenrechnungen
- Fixkosten relevant wegen Einflusses auf Bewertung der Gewinnverteilungen
  - Fixkosten nach wie vor unabhängig von den Entscheidungsvariablen
- Faktisch nichtlineares Entscheidungsproblem
  - Risikobehaftetes Endvermögen ist das Argument einer Nutzenfunktion, deren Erwartungswert zu maximieren ist

- Problem: Bestimmung der Nutzenfunktion
  - Kurzfristig wirksames Entscheidungsproblem, das in einen längerfristigen Zusammenhang eingebettet ist
  - Was ist der Nutzen des Endvermögens der betrachteten Periode? Probleme mit Ausschüttungen, Effekte von Folgeentscheidungen, Bewertungsinterdependenzen